Skup za obučavanje:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Redni broj | X1 | X2 | Klasa |
| 1 | 1 | 1 | + |
| 2 | 1 | 3 | + |
| 3 | 2 | 2 | - |
| 4 | 3 | 2 | - |

Geometrijsko rješenje



Puna linija označava granicu, isprekidane linije su margine (“gutters”) a support vektori su zaokruženi. (Napomena: u 2d prostoru, broj support vektora je 2 ili 3).

Jednačina granice tj. hiperravni koja razdvaja dvije klase sa maksimalnom marginom je:

x1=1.5 ili 1\*x1+0\*x2- 1.5 =0.

U vektorskom obliku je w·x+b=0 (ako simbol · označava skalarni proizvod, w=(w1,w2), x=(x1, x2)) ili wT·x+b=0 (simbol · označava proizvod matrica dimenzija 1xn, w=[w1 w2], x=[ x1 x2]). U našem primjeru je w1=1 , w2 =0, b = -1.5.

Hiperravan (tj. prava u ovom slučaju) treba da vrati +1 za support vektore iz klase plus (+) i treba da vrati -1 za support vektore iz klase minus (-). Uvrstimo npr. tačku (2,2) u jednačinu i dobijamo:

1\*2+0\*2-1.5 = 0.5.

Kako je tačka (2,2) iz klase minus (-) to znači da treba da jenačinu pomnožimo sa -2 da bi sa desne strane dobili vrijednost-1 (ako je w1x1+w2x2+b=0 granica, tada je i cw1x1+ cw2x2+cb=0 takođe granica). Nova jednačina je:

-2\*x1+0\*x2+3 =0, tj. w=[w1 w2] = [-2 0], b=3.

Ako nacrtate vector w na grafiku, tada on mora biti normalan na granicu a smjer mu mora biti od granice ka klasi plus (+).

Sada kada imamo vektor w, lako se mogu odrediti koeficijenti α za sve elemente iz skupa za obučavanje. Pravila za izračunavanje koeficijenata su sljedeća:

1. Za sve vektore koji nisu support vektori važi α=0.
2. Suma koeficijenata za klasu plus (+) jednaka je sumi koeficijenata za klasu minus (-) (ili $\sum\_{i=1}^{n}α\_{i}y\_{i}=0$)
3. $w=\sum\_{i=1}^{n}α\_{i}y\_{i}x\_{i}$

U našem slučaju imamo da je: $α\_{4}=0$ (zbog pravila 1), $α\_{1}+α\_{2}-α\_{3}=0$ (zbog pravila 2) i $α\_{1}∙1∙\left(1,1\right)+α\_{2}∙1∙\left(1,3\right)+α\_{3}∙(-1)∙\left(2,2\right)=(-2,0)$ (pravilo 3). Dobija se sistem od tri jednačine sa 3 nepoznate. Rješenja sistema su: $α\_{1}=α\_{2}=1, α\_{3}=2$.

Zadatak se može uraditi i bez geometrijske interpetacije.

**Primarni zadatak**: Naći **w** i *b* koji minimiziraju **Φ**(**w**) **=** $\frac{1}{2}\left‖w\right‖^{2}$=**w**T**w=**$\frac{1}{2}\left(w\_{1}^{2}+w\_{2}^{2}\right)$

uz uslove ∀(**x***i*, *yi*), *i*=1..*n* : *yi* (**wTx***i*+ *b*) **≥** 1 (tj. *yi* (w1x1+w2x2+b) **≥**0)

U našem slučaju uslovi postaju:

1·(w1·1+w2·1+b)-1**≥**0,

1·(w1·1+w2·3+b)-1**≥**0,

(-1)·(w1·2+w2·2+b)-1**≥**0

(-1)·(w1·3+w2·2+b)-1**≥**0

Kreira se Lagranžova funkcija sa koeficijentima$ α\_{1},α\_{2},α\_{3}i$ $α\_{4}$ i njeni parcijalni izvodi se izjednače sa nulom.

**Dualni zadatak**: Naći *α1…αn* koji maksimiziraju **Q**(**α**) **=** Σ*αi*- **½**ΣΣ*αiαjyiyj***x***i***Tx***j*uz uslove

(1) Σ*αiyi*= 0

(2) *αi* **≥** 0 ∀*αi*

U dualnom zadatku potrebno je odrediti skalarne proizvode svaka dva para vektora u skupu za obučavanje.